

UE 4

PROBABILITES, VARIABLES ALEATOIRES ET LOIS DE PROBABILITES

ED 2

Exercice 1 :

On réalise une enquête sur un projet de loi controversé dans le domaine de la santé. On désire par le biais de cette enquête examiner la perception en fonction de l'appartenance à un parti politique de 260 personnes. L'enquête demande aux individus s'ils sont pour ou contre le projet de loi et demande également leur allégeance politique (Parti 1 et Parti 2). On obtient les résultats suivants :

Allégeance	Pour le projet	Contre le projet	Total
Parti 1	98	54	152
Parti 2	79	29	108
Total	177	83	260

Soit :

L'événement A = La personne est en faveur du projet de loi

L'événement B = La personne est d'allégeance au Parti 1

On interroge une personne au hasard.

1. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit d'allégeance au Parti 1.

Quelle est la proposition exacte ?

- A. 0,31
- B. 0,32
- C. 0,42
- D. 0,58
- E. 0,68

-
2. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit d'allégeance au Parti 2.

Quelle est la proposition exacte ?

- A. 0,31
 - B. 0,42
 - C. 0,45
 - D. 0,58
 - E. 0,95
-

3. Déterminer la probabilité que la personne choisie, étant d'allégeance au Parti 1, soit en faveur du projet de loi.

Quelle est la proposition exacte ?

- A. 0,27
 - B. 0,55
 - C. 0,58
 - D. 0,64
 - E. 0,73
-

4. Déterminer la probabilité que la personne choisie, étant d'allégeance au Parti 1, ne soit pas en faveur du projet de loi.

Quelle est la proposition exacte ?

- A. 0,27
 - B. 0,35
 - C. 0,36
 - D. 0,45
 - E. 0,73
-

5. En utilisant le théorème de Bayes, déterminer la probabilité que la personne choisie soit d'allégeance au Parti 1 sachant que cette personne est pour le projet de loi.

Quelle est la proposition exacte ?

- A. 0,40
 - B. 0,47
 - C. 0,55
 - D. 0,64
 - E. 0,71
-

Exercice 2 :

Pour diagnostiquer un diabète, on réalise un test de la glycémie mesurée à jeun. Si la glycémie est supérieure à un seuil S , le test est déclaré positif. On effectue le test sur deux groupes de sujets ; l'un contenant des sujets diabétiques (M), l'autre des sujets non diabétiques (\bar{M}). Pour deux seuils donnés S_1 et S_2 , on obtient les résultats ci-dessous :

a. Seuil S_1

	M	\bar{M}
S	80	210
\bar{S}	20	290

b. Seuil S_2

	M	\bar{M}
S	50	30
\bar{S}	50	470

1. Déterminer les sensibilités et spécificités correspondant aux deux seuils.

Pour le seuil S_1 : *Quelles sont les propositions exactes ?*

- A. $se_1 = 0,20$
- B. $se_1 = 0,80$
- C. $sp_1 = 0,42$
- D. $sp_1 = 0,58$
- E. $sp_1 = 0,20$

Pour le seuil S_2 : *Quelles sont les propositions exactes ?*

- A. $se_2 = 0,40$
- B. $se_2 = 0,50$
- C. $sp_2 = 0,06$
- D. $sp_2 = 0,10$
- E. $sp_2 = 0,94$

2. Quelles remarques pouvez-vous faire en regard de ces résultats ?

Quelles sont les propositions justes ?

- A. Les deux seuils **S₁** et **S₂** sont associés à une sensibilité et spécificité élevée
- B. La sensibilité et la spécificité varient en sens inverse en fonction du seuil
- C. Pour le seuil **S₁**, la sensibilité est acceptable, alors que la spécificité est médiocre
- D. Pour le seuil **S₂**, la sensibilité est faible, alors que la spécificité est bonne
- E. Les deux seuils **S₁** et **S₂** présentent de mauvaises sensibilités et spécificités

3. Quelles sont les valeurs prédictives positives et négatives correspondant aux deux seuils ?

Pour le seuil S₁ : *Quelles sont les propositions exactes ?*

- A. **VPP₁** = 0,28
- B. **VPP₁** = 0,72
- C. **VPN₁** = 0,06
- D. **VPN₁** = 0,50
- E. **VPN₁** = 0,94

Pour le seuil S₂ : *Quelles sont les propositions exactes ?*

- A. **VPP₂** = 0,37
- B. **VPP₂** = 0,63
- C. **VPN₂** = 0,10
- D. **VPN₂** = 0,90
- E. **VPN₂** = 0,94

4. En interprétant les valeurs prédictives, **quelles affirmations** sont exactes ?

- A. Pour le seuil **S₁**, en affirmant le diagnostic sur la base de la positivité de l'examen, on se trompe dans 72% des cas.

B. Pour le seuil S_2 , en affirmant le diagnostic sur la base de la positivité de l'examen, on se trompe dans 38% des cas.

C. Pour le seuil S_1 , en infirmant le diagnostic sur la base de la négativité de l'examen, on se trompe dans 6% des cas.

D. Pour le seuil S_2 , en infirmant le diagnostic sur la base de la négativité de l'examen, on se trompe dans 10% des cas.

E. En réalisant l'étude sur un autre groupe de sujets présentant 30% de patients diabétiques, les nouvelles valeurs prédictives négatives seraient vraisemblablement les mêmes.

Exercice 3 :

Soit X la variable aléatoire réelle de densité de probabilité

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Calculez k
2. Calculez : $P(1 \leq X \leq 3)$, $P(2 \leq X \leq 4)$ et $P(X \leq 3)$
3. Calculez $E(X)$ et $V(X)$

Exercice 4 :

On s'intéresse à la durée de vie d'un échantillon de **100** souris de laboratoire, après injection d'une molécule à la naissance. On observe que la durée de vie de ces souris est distribuée selon une loi Normale autour d'une moyenne de **400** jours, avec un écart-type de **8** jours.

Répondre aux questions suivantes en les illustrant par un schéma :

1. Quel est le nombre attendu de souris ayant une durée de vie entre 390 et 420 jours ?
 - A. 22
 - B. 88 souris
 - C. 89 souris
 - D. 99
 - E. 100

2. A quelle durée de vie correspond le 3^{ème} quartile (ou 75^{ème} percentile) ?

- F. 25
- G. 75 jours
- H. 394 jours
- I. 400 jours
- J. 405 jours

3. A quelle durée de vie correspond le 1^{er} quartile (ou 25^{ème} percentile) ?

- K. 25
- L. 75 jours
- M. 394 jours
- N. 400 jours
- O. 405 jours